

39 步步逼近…左撇子的失算

左先生是一位左撇子，據調查，全世界左撇子只佔百分之六至十二左右。東方或許因為小時候受到父母的束縛，所以左撇子沒有那麼多，但是西方慣用左手的人可不少。就因為稀少，所以左先生特別自戀，經常強調左撇子的聰明，例如，左撇子的視覺透視與空間能力特別強，打出來的桌球或網球特別會旋轉，而且路徑也特別彎曲；左手寫字的人經常用右後腦思考，而右後腦又是掌管創意的地方，難怪左先生常說「左撇子特別會出歪點子，想法特別有創意，就是特別聰明的意思。」

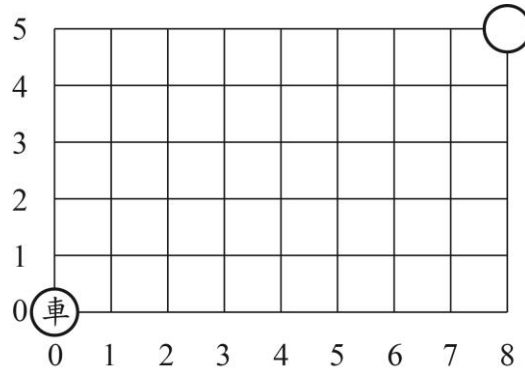
左先生走進理髮廳，坐上理髮椅，對著鏡子跟理髮師傅說剪修哪些地方，講完之後，師傅拿起剪刀開始剪修左先生的頭髮。左先生從鏡子中認出理髮師傅也是個左撇子，在鏡中，左手拿著剪刀俐落的修剪左先生的頭髮。左先生迫不及待的說起話來：「沒想到你跟我一樣都是左撇子，左撇子是世上最聰明的人類，無論作什麼事情都很行，從你左手俐落的模樣又再一次得到證明，…。」左先生話匣子一開，直到理完頭髮才停了下來，這時理髮師傅說「左先生，你的鏡射原理應該要加強，鏡子裡的左撇子實際上是右撇子…。」



兩千多年前的希臘哲學家赫拉克利特就說過「隱藏的和諧比看得見的和諧來得好。」好的數學遊戲就是將赤裸裸看得見的數學和諧隱身藏匿起來，讓玩者從遊戲中去發現，這樣所發現的數學將深深的印記在玩者的腦海裡。至於如何發現這隱藏的數學和諧呢？親

身經歷，多玩幾次是發現和諧的不二方法。讓我們一起來挖掘底下這道數學遊戲背後所隱藏的和諧吧？

在一個 8×5 的棋盤上，○與車正進行一場「步步逼近」的遊戲：



遊戲規則如下：

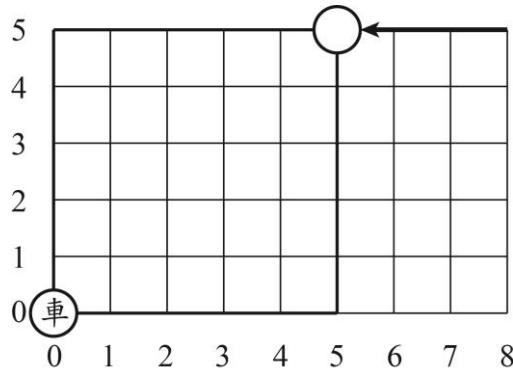
- (1) ○與車輪流移動他們的棋子（○先，車後），移動格子數至少一格。
- (2) 每次只能選擇水平向左移動或鉛直往下移動。
- (3) 車每次只能選擇水平向右移動或鉛直往上移動。
- (4) 每次移動之後，車所在位置的 x, y 座標必須都比○所在位置的 x, y 座標小，違反者輸。

試問：這道遊戲誰有必勝的策略，又策略為何？

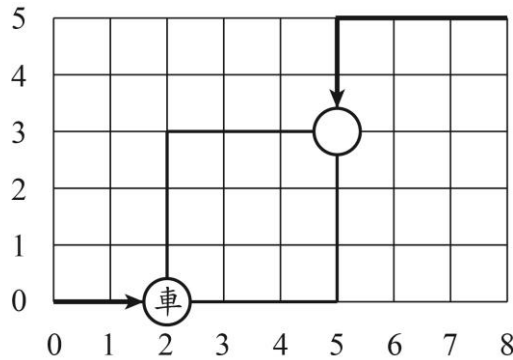
古希臘有一道有名的尺規作圖題，後人簡稱為「畫圓為方」，意思是說，給定圓的半徑，可以利用直尺及圓規做出與圓面積相等的正方形嗎？這樣的正方形是有的，但用直尺及圓規做出可能有點困難。撇開作圖問題，單從「畫圓為方」的字意來說，顯然，古希臘人是將正方形看成比較簡單與基本的圖形，而有弧度的圓是不容易掌控的幾何圖形。但是，正方形太過於簡單與易於瞭解，常常受到忽略與注意。就像左撇子每天起床刷牙時，鏡中自己是用右手刷牙的，但當左先生理頭髮時，卻以鏡中理髮師傅的手勢直接認定為「左撇子」，問題出在，對於太熟悉的鏡射，反而容易忽視與忘記。

正方形與鏡射是每天與我們相處的圖形與概念，但當他們隱藏在遊戲裡，往往不容易被玩者認出。就讓我們來拆穿這道遊戲背後和諧吧！如果先移動的○直線往左移動3格，

這時○會停在座標(5,5)的位置，而且○與車剛好落在正方形的對頂角上，如下圖所示：

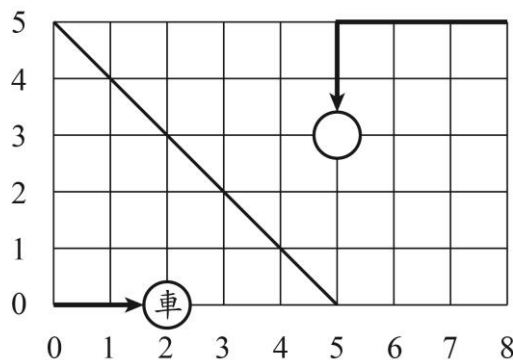


也就是說，一開始時○與車的位置為矩形，但在○向左移動3格之後，他們的相對位置變成正方形。接下來車無論如何移動，肯定又把他們的相對關係變回矩形。此時，○可以再次的把它調回正方形，例如下圖所示：

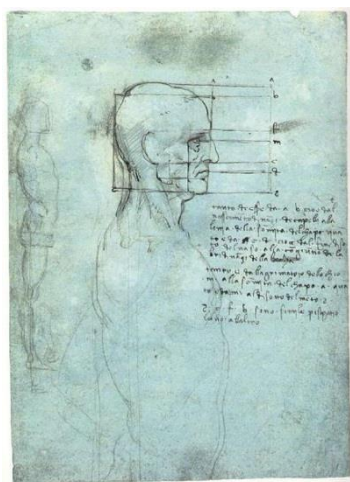


因此，○只需移動到與車成正方形的位置，接下來的車肯定破壞正方形的格局，並成長方形，然後○再修補回正方形，車又破壞成長方形…，最後○勝。從上述的解說不難發現，此遊戲所隱藏的和諧就是：能掌握住正方形者贏。

我們也可以從鏡射的角度來談論這道遊戲，例如將上圖中連接通過(5,0)與(0,5)的對角線，如下圖所示，我們發現：○在第一次向左移動3格，讓相對位置變成正方形之後，接下來只是跟隨車走而已，只是這種跟隨是對稱於該正方形對角線的鏡射跟隨。



所謂鏡射就是當你將一幅圖畫立在鏡子前面時，鏡中的影像也是一幅圖畫，而素描與影像剛好對稱於鏡面。下圖中的右圖是畫匠達文西的一幅老者素描圖，左圖是鏡中所看到的素描。達文西在這幅畫中動了手脚，素描中的文字必須利用鏡子鏡射之後才是正確的，即左圖的文字才對：



素描鏡像



素描實作

許多學者懷疑達文西是位左撇子，他們研究發現：達文西繪畫作品中明暗變化所呈現的斜率為負數（即左上至右下的傾斜）。加上這幅老者畫像中的文字呈現，因此認定達文西有可能是左撇子。

在這遊戲中，○只需想像成車的影子，當車移動時，○只需跟隨著影像移動即可，而這時的鏡面是指正方形的對角線。○如影隨形般的跟隨車移動下去，一定是實體的車會先碰到鏡面（輸），不可能是影像先碰到鏡面。因此○會贏得比賽，相信將棋盤變大時，讀者可以輕易的找到贏的策略。

這道遊戲是 2006 年在台北舉辦的〈兩岸數學競賽教育研討會…從華杯賽看數學資優人才的發掘與培養〉中，麥曦與楊建輝講稿中的一道題目，經過本人適當修題而成的一道遊戲。這道遊戲在廣州地區，是提供給小六或國一的資優生使用的。